

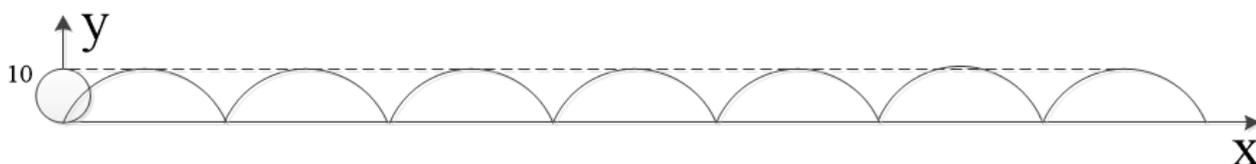
Задачи для 8-9 классов

Задача 1.

Мобильный робот содержит два ведущих колеса и перемещается равномерно и прямолинейно по ровной поверхности со скоростью 10 см/с без проскальзывания. Систему отсчета (координат) при расчетах принять неподвижной.

Необходимо определить следующие показатели:

- 1) Сколько оборотов n совершит колесо диаметром 10 см за 5, 10, 15, 20 сек.
- 2) Для каждого значения t из пункта 1 определить пройденное угловое расстояние, ответ представить в градусах.
- 3) Пересчитать углы поворота колеса из пункта 2 таким образом, чтобы они не включали предыдущие полные обороты, т.е. началом отсчета искомого угла задать точку окончания последнего целого оборота колеса. Перевести полученные значения в радианы и подставить в формулу описывающую траекторию точки находящуюся на ободе колеса при вращении $x = R(\varphi - \sin \varphi)$, $y = R(1 - \cos \varphi)$. Примечание: φ принимается в радианах, φ в скобках при тригонометрической функции принимается в градусах. Справочно: 1 радиан примерно равен 57,3 градуса.
- 4) Полученные значения координат x и y графически нанести точками на траекторию в осях X - Y , где ось абсцисс – X , ось ординат – Y . Определить какая точка имеет максимальное значение по оси Y . Данная траектория имеет название циклоида, которая показывает изменение координат точки находящейся на ободе колеса при вращении см. рисунке ниже.



- 5) Рассчитать работу совершенную электрическим двигателем вращающим данное колесо до точки с максимальным значением Y из пункта 4. Мощность электродвигателя принять равной 10 Вт.

Решение:

- 1) Количество оборотов зависит от пройденного пути S и времени t . Для определения пути необходимо определить длину окружности по формуле $C = 2 \cdot \pi \cdot R = \pi \cdot D = 3,14 \cdot 10 = 31,41$ см. При известных скорости и времени количество оборотов определяется по следующей формуле:

$$n = S / (2 \cdot \pi \cdot r) = V \cdot t / (\pi \cdot D).$$

За 5 секунд: $(10 \text{ см/с} \cdot 5 \text{ сек}) / 31,41 \text{ см} = 1,59$ оборотов.

За 10 секунд: $(10 \text{ см/с} \cdot 10 \text{ сек}) / 31,41 \text{ см} = 3,18$ оборотов.

За 15 секунд: $(10 \text{ см/с} \cdot 15 \text{ сек}) / 31,41 \text{ см} = 4,77$ оборотов.

За 20 секунд: $(10 \text{ см/с} \cdot 20 \text{ сек}) / 31,41 \text{ см} = 6,36$ оборотов.

2) Пройденное расстояние в градусах рассчитывается по следующей формуле:

$$\phi = n \cdot 360^\circ.$$

За 5 секунд: $1,59 \cdot 360^\circ = 572,4^\circ$.

За 10 секунд: $3,18 \cdot 360^\circ = 1144,8^\circ$.

За 15 секунд: $4,77 \cdot 360^\circ = 1717,2^\circ$.

За 20 секунд: $6,36 \cdot 360^\circ = 2289,6^\circ$.

3) Рассчитываем угол от точки последнего полного оборота:

За 5 секунд: $(1,59 - 1) \cdot 360^\circ = 212,4^\circ / 57,3^\circ = 3,7$ рад.

За 10 секунд: $(3,18 - 3) \cdot 360^\circ = 64,8^\circ / 57,3^\circ = 1,13$ рад.

За 15 секунд: $(4,77 - 4) \cdot 360^\circ = 277,2^\circ / 57,3^\circ = 4,83$ рад.

За 20 секунд: $(6,36 - 6) \cdot 360^\circ = 129,6^\circ / 57,3^\circ = 2,26$ рад.

Рассчитываем координаты на траектории:

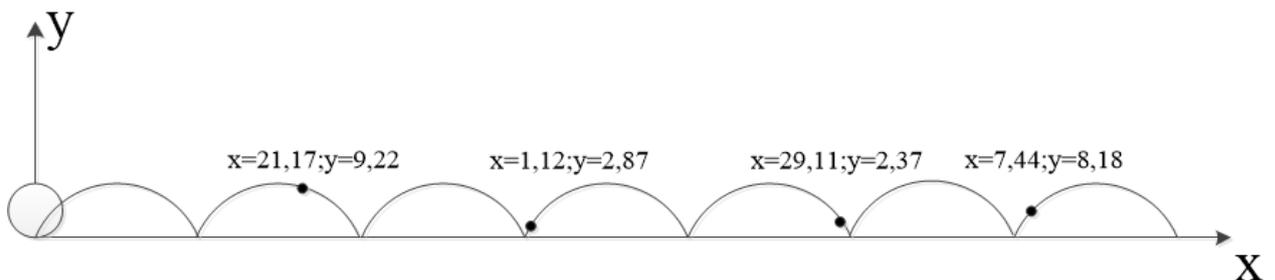
За 5 сек. $x = 5 \cdot (3,7 - \sin(212,4^\circ)) = 21,17$; $y = 5 \cdot (1 - \cos(212,4^\circ)) = 9,22$.

За 10 сек. $x = 5 \cdot (1,13 - \sin(64,8^\circ)) = 1,12$; $y = 5 \cdot (1 - \cos(64,8^\circ)) = 2,87$.

За 15 сек. $x = 5 \cdot (4,83 - \sin(277,2^\circ)) = 29,11$; $y = 5 \cdot (1 - \cos(277,2^\circ)) = 2,37$.

За 20 сек. $x = 5 \cdot (2,26 - \sin(129,6^\circ)) = 7,44$; $y = 5 \cdot (1 - \cos(129,6^\circ)) = 8,18$.

4) На траектории вращения колеса (циклограмме) намечаем необходимые точки.



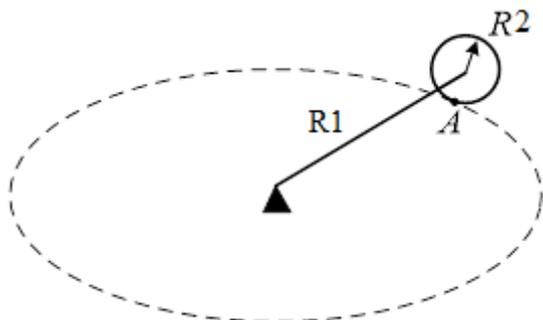
Точка с максимальным значением по оси y имеет координаты $x = 21,17$; $y = 9,22$. Это точка номер 1.

5) При мощности 10 Вт, до первой точки двигатель работает 5 секунд, работу которую совершает электродвигатель определяют по формуле $A = P \cdot t = 10 \cdot 5 = 50$ Дж.

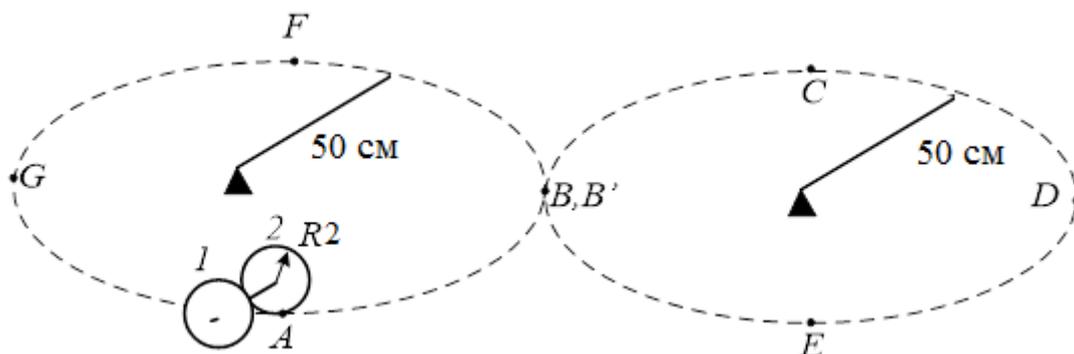
Задача 2.

Мобильный робот снабжен двумя ведущими колесами и совершает движение по окружности. Радиус колес составляет $R_2 = 10$ см, расстояние между колесами $x = 15$ см. Один оборот колесо делает за 1,5 сек. Необходимо произвести следующие расчеты параметров движения:

1) линейную скорость движения внутреннего колеса, количество оборотов одного внутреннего колеса радиусом R_2 для преодоления расстояние по траектории, обозначенной на рисунке ниже пунктиром, при начале и завершении движения в точке А. Радиус окружности по которой вращается внешнее колесо $R_1=500$ см.



2) Рассчитать значения напряжений подаваемых на двигатели двух колес мобильного робота в точках А, В, В', С, D, E, F, G для описания траектории «восьмерка». При равномерном прямолинейном движении напряжение на обоих двигателях одинаковое и равно 6 Вольт, в противоположную сторону - 6 Вольт. Напряжение на колесах пропорционально скорости вращения.



3) Рассчитать время, от начала движения из точки А, до точек В, С, D, E, В',F, G. Учесть задержку в каждой точке в 0,1 сек.

4) Составить программу управления напряжением на двигателях ведущих колес робота при выполнении им движения по траектории «восьмерка». В программе использовать значения напряжений рассчитанных в пункте 2 и времени из пункта 3.

Список команд:

напряжение_мотор_1 U_точка

напряжение_мотор_2 U_точка

время_движения t_точка1_точка2

задержка 0,1 сек

В программе необходимо указать численные значения вместо U , t и указать нужно точки вместо слов “точка”, “точка1”, “точка2”.

После составления программы вычислить сумму напряжений на внутреннем и внешнем колесах, рассчитать суммарное время программы вместе с задержками. $U_{\text{общ_мотор_1}}$ - ?, $U_{\text{общ_мотор_2}}$ - ?, тощ - ?.

5) Выполнить пункты 2-4 для траектории “квадрат” с длинами сторон 30 см. Ответ представить 3 числами через запятую: $U_{\text{общ_мотор_1}}$ - ?, $U_{\text{общ_мотор_2}}$ - ?, тощ - ?. В точках разворота выполняется разворот работа на месте.

Решение:

1) Находим длину окружности колеса $C_k = 2 * \pi * R_2 = 2 * 3.14 * 10 = 62.83$ см. Находим длину окружности траектории $C_t = 2 * \pi * R_1 = 2 * 3.14 * 500 = 3141,59$ см. Делим одно на другое. По сути, нужно просто поделить радиус траектории на радиус колеса $3141,59/62.83 = 500/10 = 50$ оборотов.

Расчёт линейной скорости колеса $v = l/t = 2 * \pi * R_2 / T = 2 * \pi * R_2 * n$. Период вращения: $T = t/N = 1,5/1 = 1,5$, частота вращения [об/мин]: $n = N/t = 1/T = 1/1,5 = 0,66 \text{ с}^{-1}$. $v = l/t = 2 * \pi * R_2 / T = 2 * \pi * R_2 * n =$

$= 2 * 3,14 * 10 * 0,66 = 41,46 \text{ см/с}$. Проверка $3141,59/1,5 * 50 = 41,88 \text{ см/с}$.

2) При расстоянии между колесами равном 15 см. и напряжении прямо пропорционально скорости, радиус «внутренней» восьмерки 50 см, а внешней 65 см. Когда робот доходит до «точки пересечения», тогда радиус внешней окружности равен 50 см, а внутренней 35 см. Ищем длину каждой окружности. Или опять просто отношение радиусов, тк нам нужно узнать только разницу в скорости, а соответственно и напряжения. От точки А до В: напряжение на колесе 1 равно 6 вольт, так колесе 2 равно $6 * (50/65) = 4.6$ вольт. При движении от точки В к точке С напряжение на колесе 2 равно -6 вольт, на колесе 1 равно $-6 * (45/50) = -5.4$ вольта. При движении от точки С к точке D напряжение на колесе 2 равно -6 вольт, на колесе 1 равно $-6 * (45/50) = -5.4$ вольта. При движении от точки D к точке Е напряжение на колесе 2 равно -6 вольт, на колесе 1 равно $-6 * (45/50) = -5.4$ вольта. При движении от точки Е к точке В' напряжение на колесе 2 равно -6 вольт, на колесе 1 равно $-6 * (45/50) = -5.4$ вольта. От точки В' до F: напряжение на колесе 1 равно 6 вольт, так колесе 2 равно $6 * (50/65) = 4.6$ вольт. От точки F до G: напряжение на колесе 1 равно 6 вольт, так колесе 2 равно $6 * (50/65) = 4.6$ вольт. От точки G до А: напряжение на колесе 1 равно 6 вольт, так колесе 2 равно $6 * (50/65) = 4.6$ вольт. И так далее.

3) Находим скорость движения. Если за 1.5 с. один оборот, то получается 10 см за 1.5 с. Скорость $10/1.5 = 6.67$ см/с. При скорости 6.67 см/с при напряжении 6 вольт.

Участок А-В Делим длину большей окружности на 4. $65/4 = 16.25$. Время $16.25/6.67=2.44$ с.

Участок В-С Делим длину большей окружности на 4. $50/4 = 12.5$ Время $12.5/10=1.87$ с.

Участок С-D Делим длину большей окружности на 4. $50/4 = 12.5$ Время $12.5/10=1.87$ с.

Участок D-E Делим длину большей окружности на 4. $50/4 = 12.5$ Время $12.5/10=1.87$ с.

Участок E-B' Делим длину большей окружности на 4. $50/4 = 12.5$ Время $12.5/10=1.87$ с. В'-F Делим длину большей окружности на 4. $65/4 = 16.25$. Время $16.25/10=2.44$ с.

Участок F-G Делим длину большей окружности на 4. $65/4 = 16.25$. Время $16.25/10=2.44$ с.

Вариант программы:

напряжение_мотор_1 6_A

напряжение_мотор_2 4.6_A

время_движения 2.44_A_V

задержка 0,1 сек

напряжение_мотор_1 -5.4_V

напряжение_мотор_2 -6_V

время_движения 1.87_V_C

задержка 0,1 сек

напряжение_мотор_1 -5.4_C

напряжение_мотор_2 -6_C

время_движения 1.87_C_D

задержка 0,1 сек

напряжение_мотор_1 -5.4_D

напряжение_мотор_2 -6_D

время_движения 1.87_D_E

задержка 0,1 сек

напряжение_мотор_1 -5.4_E

напряжение_мотор_2 -6_E

время_движения 1.87_E_V'

задержка 0,1 сек

напряжение_мотор_1 6_V'

напряжение_мотор_2 4.6_V'

время_движения 2.44_V'_F

задержка 0,1 сек

напряжение_мотор_1 6_F

напряжение_мотор_2 4.6_F

время_движения 2.44_F_G

задержка 0,1 сек

напряжение_мотор_1 6_G

напряжение_мотор_2 4.6_G

время_движения 2.44_G_A

задержка 0,1 сек.

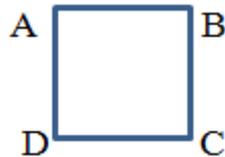
Складываем все время и прибавляем задержку в каждой точке. Общее время работы:

$$t_{\text{общ}} = 2.44 * 4 + 1.87 * 4 + 0.1 * 8 = 18.04 \text{ с.}$$

$$U_{\text{общ_мотор_1}} = 6 * 4 - 5,4 * 4 = 2,4 \text{ В,}$$

$$U_{\text{общ_мотор_2}} = 4,6 * 4 - 6 * 4 = -5,6 \text{ В}$$

5) При траектории “квадрат” если робот будет делать разворот на месте, то на углах будет небольшое скругление.



Напряжение на обоих моторах всегда 6 вольт, кроме точек разворота. Там на одном из колес 6 вольт, а на другом -6.

Для разворота на 90 градусов нужно, чтобы колеса крутились в разные стороны 0.25 оборота. При повороте «проходится» расстояние $31.4 * 0.25 = 7.85$ см. Общее расстояние $30 * 4 + 7.85 * 4 = 151.4$ см. Со скоростью 6.67 см/с время будет равно $151.4 / 6.67 = 22.7$ с.

Одну сторону робот проедет за $30 / 6.67 = 4.49$ с. Один разворот $7.85 / 6.67 = 1.18$ с.

Вариант программы:

напряжение_мотор_1 6_A

напряжение_мотор_2 6_A

время_движения 4.49_A_V

напряжение_мотор_1 6_V

напряжение_мотор_2 -6_V

время_движения 1.18_V_V

задержка 0,1 сек.

напряжение_мотор_1 6_V

напряжение_мотор_2 6_V

время_движения 4.49_V_C

задержка 0,1 сек.

напряжение_мотор_1 6_C

напряжение_мотор_2 -6_C

время_движения 1.18_C_C

задержка 0,1 сек.

напряжение_мотор_1 6_C

напряжение_мотор_2 6_C

время_движения 4.49_C_D

задержка 0,1 сек.

напряжение_мотор_1 6_D

напряжение_мотор_2 -6_D

время_движения 1.18_D_D

задержка 0,1 сек.

напряжение_мотор_1 6_D

напряжение_мотор_2 6_D

время_движения 4.49_D_A

задержка 0,1 сек.

напряжение_мотор_1 6_A

напряжение_мотор_2 -6_A

время_движения 1.18_A_A

задержка 0,1 сек.

Общее время работы:

$$t_{\text{общ}} = 4,49 \cdot 4 + 1,18 \cdot 4 + 0,1 \cdot 7 = 23,38 \text{ с.}$$

$$U_{\text{общ_мотор_1}} = 6 \cdot 8 = 2,4 \text{ В,}$$

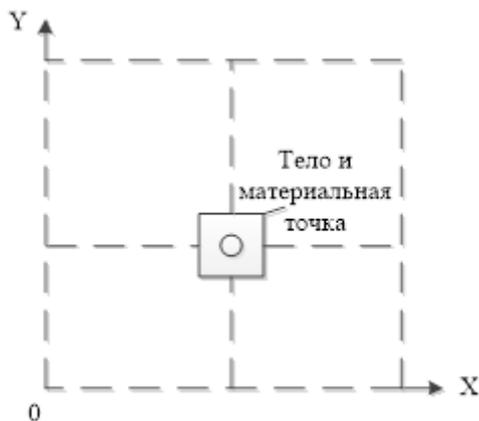
$$U_{\text{общ_мотор_2}} = 6 \cdot 4 - 6 \cdot 4 = 0 \text{ В}$$

Задачи для 10-11 классов

Вариант 1

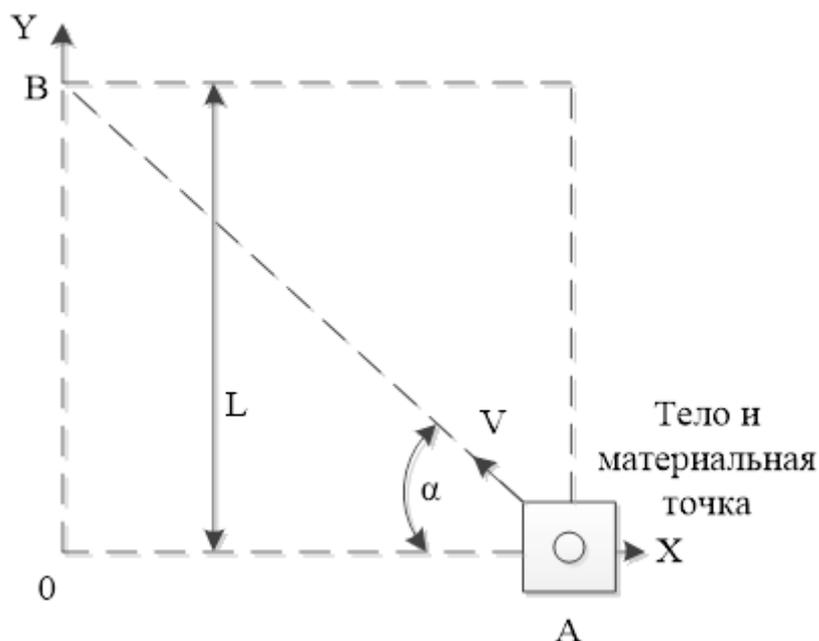
Задача 1

Рассматривается движение материальной точки тела совершающего прямолинейные поступательные движения в направлении двух осей X и Y. Основные характеристики движения материальной точки: траектория движения, перемещение точки, пройденный ею путь, координаты, скорость и ускорение.



Необходимо определить:

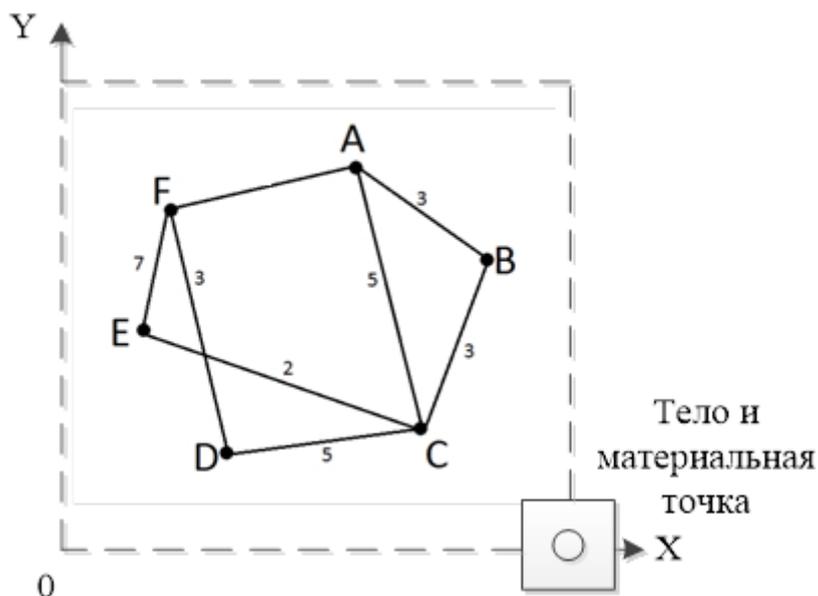
- 1) Начальные и конечные координаты тела, скорости движений перемещения тела на плоскости X-Y за 3 секунды, если даны уравнения движения тела $x=4+3t$, $y=1+2t$.
- 2) Площадь области, на плоскости X-Y, которую может очертить тело при перемещении с ограничениями из пункта 1;
- 3) с какими скоростями V , V_x и V_y и под каким углом α должно двигаться тело при его перемещении от точки A к точке B за 10 секунд при $L=50$ см. При вычислениях использовать данные на рисунке ниже.



4) время за которое тело пройдет по границе внешнего замкнутого контура обозначенного на рисунке пунктиром, со значением скоростей найденных в пункте 3.

5) зависимость скорости v и ускорения a тела от времени t найденного в пункте 4, если пройденный телом путь S от времени t задается уравнением $S = At - Bt^2 + Ct^3$, где $A = 1$ м/с, $B = 2$ м/с², $C = 3$ м/с³.

6) длину кратчайшего пути между позициями А и F, при перемещении материальной точки по указанным на рисунке траекториям в сантиметрах. Расстояние от А до F равно величине S из пункта 4.



Решение

1) Сравним данное уравнение движения тела с уравнением движения в общем виде: $x = x_0 + v_x t$ и $x = 4 + 3t$. Очевидно, что $x_0 = 4$ м, $v_x = 3$ м/с (знак "+" означает, что направление скорости совпадает с направлением оси OX, т.е. они сонаправлены). Конечную координату x можно определить, подставляя в уравнение движения время t_1 : $x = 4 + 3t_1$. В

общем виде формула перемещения: $S = 4 + 3t_1 = 4 + 3t_1 = 4 + 3t_1 = 4 + 3 \cdot 3 = 4 + 9 = 13$ м (Тело движется в положительном направлении оси ОХ). Такие же расчеты проводятся для ОУ.

Ответ: $x_0 = 4$ м; $v_x = 3$ м/с; $S = 13$ м, $y_0 = 1$ м; $v_y = 2$ м/с; $S = 7$ м

2) Тело очерчивает прямоугольник с координатами X (4, 13), Y (1, 7). Его площадь будет вычислена по формуле: $S = (x_{\max} - x_{\min})(y_{\max} - y_{\min}) = (13 - 4)(7 - 1) = 54$ м²

3) Равнодействующая скорость согласно теореме Пифагора: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$. Скорость по каждой координате определяется $V_x = V_y = 50 / 10 = 5$ см/с. Угол находится из соотношения $\operatorname{tg} \alpha = V_x / V_y = 5 / 5$, $\alpha = \operatorname{arctg}(5/5) = 45^\circ$. Результирующая скорость $V = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 7.07$ см/с.

4) При $V = S/t$, $t = S/V = (50 + 50 + 50 + 50) / 5 = 40$ сек.

5) Скорость тела: $v = ds/dt$; $v = A - 2Bt + 3Ct^2$; $v = 1 - 4t + 9t^2$ м/с. Ускорение тела: $a = dv/dt$; $a = -4 + 18t$.

6) Переберем все возможные пути из А в F:

$$A-B-C-E-F = 3+3+2+7 = 15 \text{ см}$$

$$A-B-C-D-F = 3+3+5+3 = 14 \text{ см}$$

$$A-C-E-F = 5+2+7 = 14 \text{ см}$$

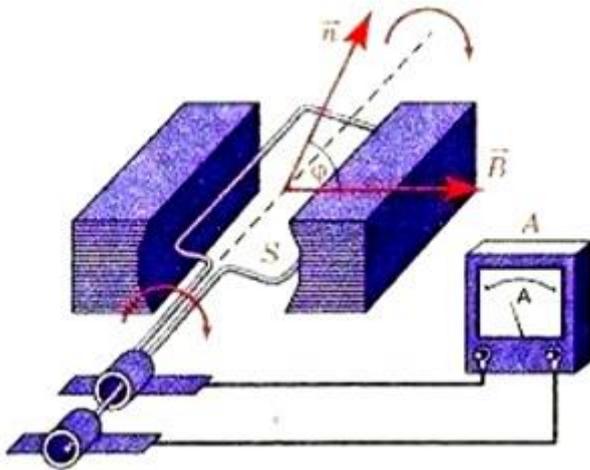
$$A-C-D-F = 5+5+3 = 13 \text{ см}$$

ну и $A-F = 200$ см

Как видно, кратчайший вариант $A-C-D-F = 13$ см.

Задача 2

Базовый вариант электрического двигателя постоянного тока включает электрическую цепь из рамки находящейся в магнитном поле. При пропускании тока через рамку она начинает вращаться. При вращении возникает ЭДС. Иллюстрация такого двигателя приведена ниже.

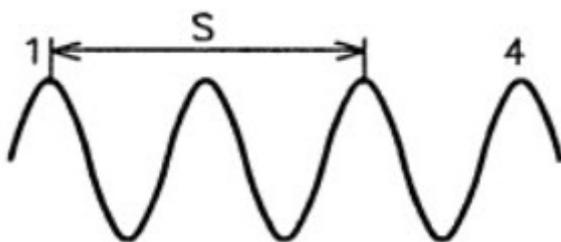


Для данной системы необходимо определить:

- 1) силу тока I проходящего по рамке, если извне к ней приложено 24 Вольт. При этом, что сопротивление рамки 100 Ом. В рамке наводится ЭДС 10 Вольт.
- 2) амплитуду ЭДС, наводимой в рамке, вращающейся в однородном магнитном поле, если частота вращения составляет 50 об/с, площадь рамки 100 см² и магнитная индукция 0,2 Тл.
- 3) передаточное отношение если на вал рамки (пунктирная линия) закрепить шестерню на 36 зубьев (ведущая) и зацепить ее с шестерней на 60 зубьев (ведомая).
- 4) крутящий момент на ведомой шестерне, при длине рычага ведущей шестерни 25 см, ведомой 50 см, крутящий момент на валу двигателя 1,5 Н·м.



- 5) период колебаний частиц электромагнитной волны от наводимого электромагнитного поля между рамкой и магнитами, скорость распространения и длину волны, при $S=12 \cdot 10^{-6}$ см, и времени распространения от первой до 4 волны $6 \cdot 10^{-6}$ сек.



б) логическую сумму сигналов А и В пришедших с энкодера (результат представить в двоичном и десятичном кодах). Энкодер используется при определении параметров вращения двигателя - скорости и оборотов (закрепляется на одном валу с электродвигателем). Сигналы: А=10110 (в двоичной системе счисления), В=24 (в десятичной системе счисления).

Решение

1) По закону Ома для замкнутой цепи $I = \varepsilon / R = (10 + 24) / 100 = 0,34 \text{ А}$.

2) При магнитном потоке $\Phi = BS \cos \omega t$, при $\omega = 2\pi n$, ЭДС самоиндукции $\varepsilon_c = -\dot{\Phi} =$

$= BS 2\pi n \sin(2\pi n t) = 0,2 * 10^{-2} * 2 * 3,14 * 50 \text{ (В)} \approx 0,63 \text{ В}$.

3) Передаточное отношение выражается как (зубья ведущей шестерни) : (зубья ведомой шестерни), поэтому представленная выше пара шестерен может быть описана как 12:60 (или 36 к 60). Передаточное число рассчитывается по формуле (зубья ведомой шестерни) / (зубья ведущей шестерни). Поэтому передаточное число = зубья ведомой шестерни / зубья ведущей шестерни = $60 / 36 = 1,67$.

4) Т2 можно вычислить по формуле: $T_2 = T_1 * (L_2 / L_1) = 1,5 * (50 / 25) = 1,5 \text{ Н-м} * 2 = 3 \text{ Н-м}$.

5) расстояние между первым и третьим гребнями соответствует двум длинам волны $S = 2\lambda$. Длина волны $\lambda = 12 * 10^{-6} / 2 = 6 * 10^{-6} \text{ мкм}$. 4 гребня соответствуют 3λ , т.е. $N = 3$. $T = t / N = 6 * 10^{-6} / 3 = 2 * 10^{-6} \text{ с}$. Скорость распространения волны $V = \lambda / T = 6 * 10^{-6} / 2 * 10^{-6} = 3 * 10^4 \text{ мкм/с}$.

6) А or В = 10110 or 11000 =

or 1 0 1 1 0

1 1 0 0 0

1 1 1 1 0 в двоичной системе счисления = 30 в десятичной системе счисления.