



Московская предпрофессиональная олимпиада школьников
Научно-технологическое направление, 2019

8 – 9 классы

Индивидуальная часть

Задача 1. Спагетти по-научному

Приготовление пищи – процесс, встречающийся каждый день. Одним из самых популярных блюд является паста (или макароны). Давайте попробуем разобраться: а в чем, собственно, с научной точки зрения состоит процесс приготовления пасты? Молекулы крахмала, содержащиеся в муке сгруппированы в гранулы размером несколько десятков микрон, которые окружены различными белками. В процессе приготовления пасты два белка, глютен и глиадин, при соприкосновении с водой образуют клейковину – своеобразную сетку, упругую и водоотталкивающую. Клейковина покрывает собой молекулы крахмала, и последние перестают впитывать в себя воду. При температуре около 70°C вода практически перестает проникать внутрь. Приготовление спагетти «al dente» должно быть завершено в тот момент, когда крахмал впитал в себя минимальное количество воды, но при этом стал достаточно мягким для употребления. Теория, позволяющая точно рассчитать время приготовления конкретного типа пасты достаточно сложна для изучения в школе, да и решения выглядят непросто. Однако в первом приближении, можно считать, что время приготовления пасты является линейной функцией от квадрата диаметра одной трубочки спагетто, т.е.:

$$t = \alpha D^2 + \beta,$$

где D – диаметр спагетто, α и β – постоянные коэффициенты.

В таблице представлены диаметры и времена варки различных типов пасты. Определите время варки спагетти №5.

Тип пасты	Диаметр, мм	Время варки, минут
Капеллини №1	1,15	3
Спагеттини №3	1,45	5
Спагетти №5	1,75	?

Возможное решение

Из данных в условии уравнения и таблицы можно составить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 3 = 1,15^2\alpha + \beta \\ 5 = 1,45^2\alpha + \beta \\ T = 1,75^2\alpha + \beta, \end{cases}$$

где T – искомое время варки спагетти №5.

Вычитая первое уравнение из второго, находим $\alpha = \frac{2}{2,1025 - 1,3225} = 2,5641$ (минут мм^{-2}),

подставляя в первое, находим $\beta = -0,391$ (минут).

Подставив найденные значения коэффициентов в третье уравнение, находим, что $T = 7,462$ минуты.

Критерии оценки

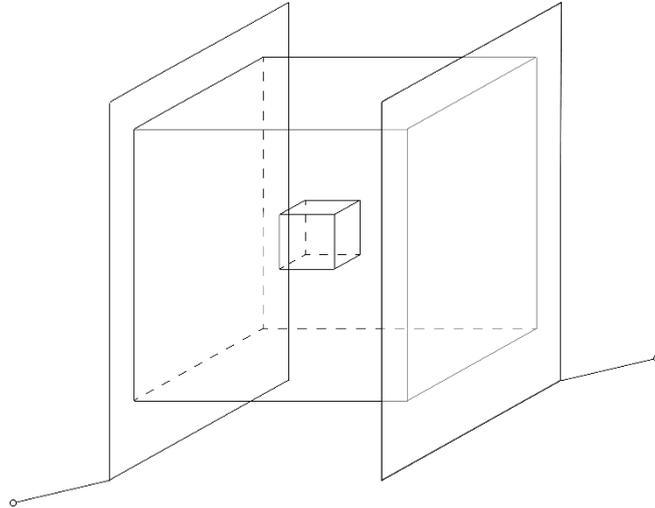
1. Дан ответ «7 минут» из общих соображений (+2 балла)
2. Составлена система линейных уравнений (+5 баллов)
3. Найденны коэффициенты α и β (+2 балла за каждый)
4. Получен ответ (+1 балл)

Задача 2. Кубик в кубе

Металлический куб со стороной a зажат между пластинами, подключенными к омметру (прибор для измерения сопротивления), который показывает значение R .

После этого куб между пластинами заменили на аналогичный из того же материала, но с внутренней полостью в форме маленького кубика со стороной b ($b < a$) и гранями, параллельными граням большого куба.

Определите, чему равно сопротивление такого куба. Зависит ли оно от положения полости внутри большого куба?



Возможное решение

Появление кубической полости можно рассматривать как изменение сечения большого куба на площадь b^2 на длине b , тогда сопротивление куба с полостью равно:

$$R' = \rho \left(\frac{a-b}{a^2} + \frac{b}{a^2 - b^2} \right).$$

Удельное сопротивление материала куба можно найти, зная сопротивление целого куба:

$$R = \rho \frac{a}{a^2} = \frac{\rho}{a}; \quad \rho = aR.$$

Таким образом, искомое сопротивление равно

$$R' = aR \left(\frac{a-b}{a^2} + \frac{b}{a^2 - b^2} \right).$$

Из полученного выражения видно, что положение полости на сопротивление не влияет.

Критерии оценки

1. Сделано утверждение о том, что положение полости не влияет на сопротивление (+2 балла)
2. Показано, почему сопротивление не зависит от положения полости (+3 баллов)
3. Записаны сечения кубов (+2 балла)
4. Найдено удельное сопротивление материала куба (+1 балл)
5. Получен ответ (+2 балла)