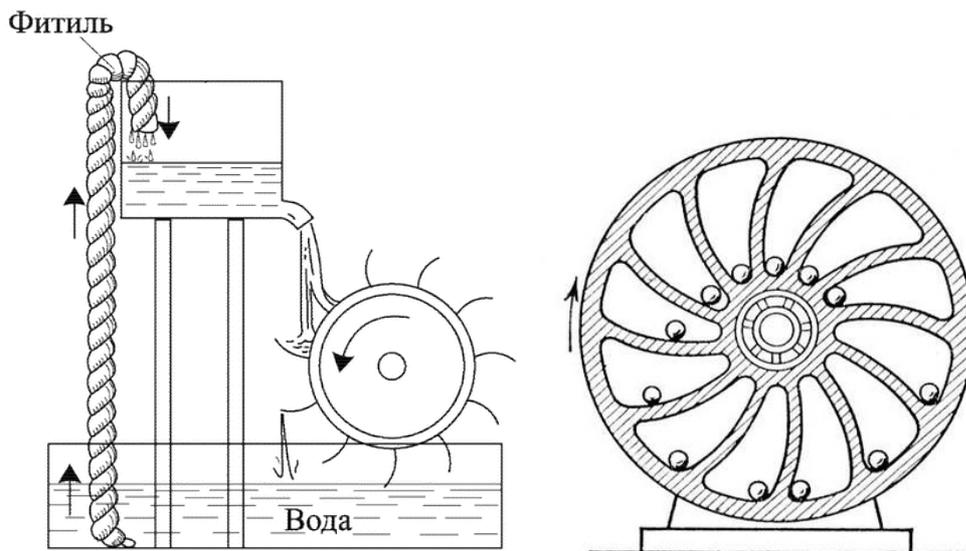


Московская предпрофессиональная  
олимпиада школьников  
Научно-технологическое направление

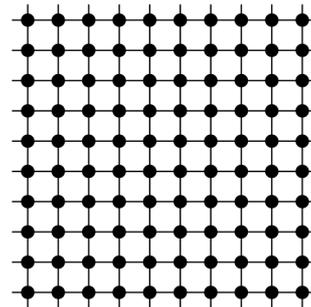
### Кейсы

1. Известно, что вечных двигателей не существует. Однако гораздо сложнее найти причину, почему то или иное устройство не является вечным двигателем. Попробуйте объяснить, почему приведенные на рисунках снизу конструкции не могут двигаться вечно.



2. Рассмотрите преимущества и недостатки различных видов альтернативной энергетики: солнечной, ветряной и биоэнергетики (получение биотоплива из органики). Сравните целесообразность их использования в различных регионах России.
3. Как известно, что сумма углов любого треугольника равна  $180^\circ$ . Чему равна сумма углов произвольного выпуклого  $n$ -угольника? Чему равен угол правильного  $n$ -угольника?

В этой задаче мы будем рассматривать кристаллические решетки на плоскости. Основным свойством кристаллической решетки является ее *трансляционная симметрия*. Строго говоря, это означает, что после сдвига кристаллической решетки на некоторый ненулевой вектор  $\vec{v}$  получившаяся решетка совпадет с исходной. Наглядно это можно представить следующим образом. Напечатаем изображающую кристаллическую решетку картинку на бумаге и (в том же масштабе) на прозрачной пленке. Положив пленку на бумагу, мы увидим, что изображения совпали. Теперь мы можем подвигать пленку и обнаружить, что при ненулевых сдвигах изображения опять совпадут.



Например, если поставить точки в вершинах квадрата, легко увидеть, что такая кристаллическая решетка обладает трансляционной симметрией (см. рис.). Видно, что плоскость по сути оказывается замощенной правильными четырехугольниками, то есть квадратами. А при каких других значениях  $n$  можно замостить плоскость правильными  $n$ -угольниками?

Представим теперь, что в узлах решетки располагаются круги, радиус каждого из которых равен половине расстояния до ближайшего узла. Пусть очень большая решетка покрыта такими кругами. При каком  $n$  доля покрытой площади будет максимальной?

При некоторых двух значениях  $n$  решетки имеют много общего. Если заметили этот эффект, опишите свои наблюдения.